Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2024

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	11.03.2025
Name:	______________________________
Matrikelnummer:	______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/34	/33

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2024

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	ES21 - D-005 - Mildred-Dresselhaus-HS
Datum:	11.03.2025
Beginn:	09:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $v(t)$, mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$:

$$v(t) = 3\sin(\omega_0 t) - 2\sin(4\omega_0 t) + \frac{1}{2}\cos(4\omega_0 t) - \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{\omega_0}\cos(3\omega_0 t)\right] + \left(6 - 4\sin^2(\omega_0 t)\right)$$

(a) Bringen Sie das Signal $v(t)$ in eine Form, die für den Koeffizientenvergleich mit der trigonometrischen Fourier-Reihe geeignet ist. (6 P)

(b) Markieren Sie in Ihrem zuvor bestimmten Ausdruck für das Signal $v(t)$ den Gleichanteil sowie die geraden und ungeraden Wechselanteile. (2 P)

(c) Bestimmen Sie die trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten des Signals $v(t)$. (3 P)

(d) Bestimmen Sie aus den trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten die zugehörigen komplexen Fourier-Reihenkoeffizienten c_μ des Signals $v(t)$ für $\mu \in \mathbb{Z}$. (4 P)

(e) Handelt es sich um ein komplexes oder reelles Signal? Welche Aussage können Sie über die korrespondierende Spektraldarstellung treffen was Komplexwertigkeit sowie gerade und ungerade Spektralanteile betrifft? Begründen Sie anhand der vorkommenden Signalanteile des Zeitsignals $v(t)$. (3 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei das Spektrum $X(j\omega)$, mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$:

$$X(j\omega) = \pi\Bigg[\delta_0(\omega) + 3\Big[\delta_0(\omega + 2\omega_0) + \delta_0(\omega - 2\omega_0)\Big] - 2\Big[\delta_0(\omega + 4\omega_0) - \delta_0(\omega - 4\omega_0)\Big]$$
$$+ j\delta_0(\omega + \omega_0) - j2\delta_0(\omega - 2\omega_0) + j\delta_0(\omega + 3\omega_0)\Bigg]$$

(f) Skizzieren Sie das Spektrum $X(j\omega)$ im Bereich $\omega \in [-4\omega_0, 4\omega_0]$ mit allen Achsenbeschriftungen. Stellen Sie hierfür die reellen und imaginären Frequenzkomponenten in voneinander unabhängigen Diagrammen dar. (5 P)

(g) Bestimmen Sie die inverse Fourier-Transformierte $x(t)$ des Spektrums $X(j\omega)$. (5 P)

Hinweis: Die explizite Berechnung der inversen Fourier-Transformation ist nicht notwendig!

(h) Ist das Spektrum $X(j\omega)$ bandbegrenzt? Begründen Sie Ihre Aussage. (2 P)

Das Signal $x(t)$ wird nun mit der Abtastfrequenz $\omega_a = 12\frac{\pi}{T}$ abgetastet.

(i) Begründen Sie, ob das Abtasttheorem bei der Abstastung des Signals $x(t)$ mit der Abtastfrequenz ω_a eingehalten wird. Welche Folgen hätte eine Verletzung des Abtasttheorems? (3 P)

Aufgabe 2 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das diskrete Signal $v_1(n)$

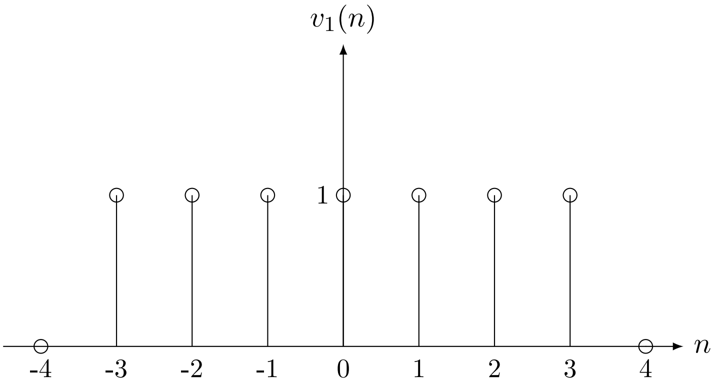


Abbildung 1: Zeitdiskretes Signal $v_1(n)$.

sowie das diskrete Signal $v_2(n)$, welches wie folgt definiert ist:

$$v_2(n) = \sum_{\kappa=-N}^{N} \gamma_0(n-\kappa).$$

(a) Zeichnen Sie das Signal $y(n) = v_1(n) * v_2(n)$ im Bereich $-6 \le n \le 6$, wobei für $v_2(n)$ $N = 2$ gilt. Beschriften Sie die Achsen vollständig. (8 P)
Hinweis: Bestimmen Sie die Werte des Signals $v_2(n)$ und führen Sie die Faltung grafisch durch.

(b) Berechnen Sie die zeitdiskrete Fourier-Transformation von $V_2(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}\{v_2(n)\}$. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben ist die Folge $v_{K,N}(n)$, welche wie folgt definiert ist:

$$v_{K,N}(n) = \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{K} \sin^2\left(n\,k\,\frac{\pi}{N}\right), & 0 \le n < N, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(c) Bestimmen Sie die Werte der Folge $v_{1,4}(n)$ für den Bereich $-1 \le n \le 5$. (4P)

Mit $h(n)$ ist ein weiteres diskretes Signal gegeben und wird wie folgt definiert:

$$h(n) = \gamma_{-1}(n) + \gamma_{-1}(n-2) - 3\gamma_{-1}(n-3) + \gamma_{-1}(n-4),$$

wobei $\gamma_{-1}(n)$ die Sprungfolge bezeichnet.

(d) Berechnen Sie das Signal $y_{\mathrm{L}}(n)$, welches durch die lineare Faltung von $v_{1,4}(n)$ mit $h(n)$ definiert ist:

$$y_{\mathrm{L}}(n) = v_{1,4}(n) * h(n).$$

Bestimmen Sie zusätzlich die Gesamtlänge des diskreten Signals $y_{\mathrm{L}}(n)$. (6P)

Das spektrale Signal $Y_M(\mu)$ ergibt sich aus dem Signalflussgraph, wie in Abb. 2 dargestellt ist.

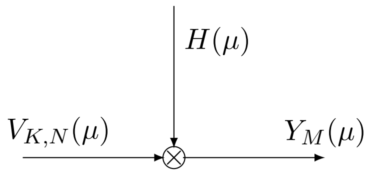


Abbildung 2: Verschaltung der gegebenen Signale.

Hierbei ist $Y_M(\mu)$ gegeben durch:

$$Y_M(\mu) = \begin{cases} 6, & \mu = 0, \\ 1 + j2, & \mu = 1, \\ 0, & \mu = 2, \\ 1 - j2, & \mu = 3. \end{cases}$$

(e) Bestimmen Sie die IDFT $y(n) = \mathrm{IDFT}\left\{Y_M(\mu)\right\}$ für $0 \leq n \leq 3$ mit $M = 4$. (6P)

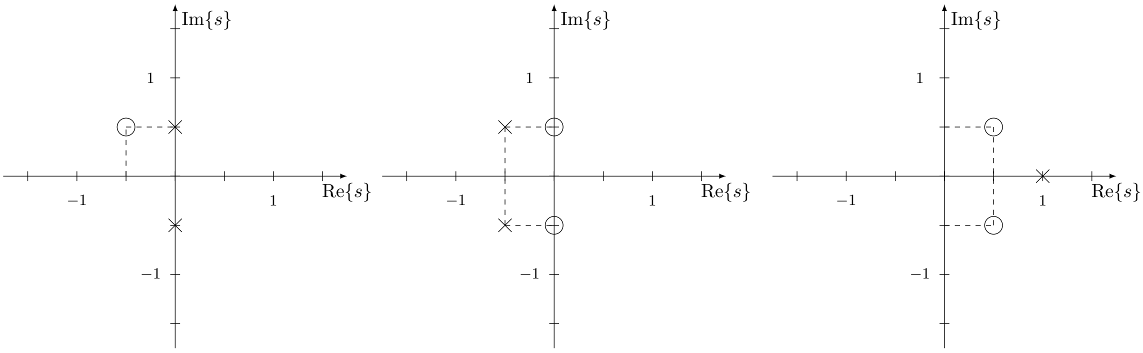
(f) Sind die Folgen $y_{\mathrm{L}}(n)$ und $y(n)$ identisch? Begründen Sie. (3P)

(g) Wie kann die zyklische Faltung in die lineare Faltung überführt werden? (3P)

Aufgabe 3 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

Gegeben sind die drei Pol-Nullstellen-Diagramme kontinuierlicher Systeme aus Abbildung 3.



(A) PN-Diagramm (B) PN-Diagramm (C) PN-Diagramm

Abbildung 3: Pol-/Nullstellen-Diagramme kontinuierlicher Systeme.

(a) Ordnen Sie den Pol-Nullstellen-Diagrammen die zugehörigen Systemeigenschaften zu. Begründen Sie Ihre Antwort. (6 P)

(I) stabil & reellwertig

(II) grenzstabil & minimalphasig

(III) maximalphasig & reellwertig

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

Das System $S_1\{\cdot\}$ wird durch die folgende Gleichung

$$y(t) = v(t) \cdot \cos\Big(\omega_0(t-T)\Big)$$

mit $y(t) = S_1\{v(t)\}$ beschrieben. Dabei gilt $v(t) \in \mathbb{R}\,\forall\, t$ und $T \in \mathbb{Z}$.

(b) Untersuchen Sie das System auf Linearität, Verschiebungsinvarianz, Kausalität und Stabilität. Begründen Sie Ihre Antwort inklusive Vorgehensweise ausführlich. (10 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei ein diskretes System mit der folgenden Übertragungsfunktion $H_1(z)$:

$$H_1(z) = \frac{\Big(z - (\frac{1}{2} + j\frac{1}{4})\Big)\Big(z - (\frac{1}{2} - j\frac{1}{4})\Big)}{(z - j\frac{1}{4})(z + j\frac{1}{4})}$$

(c) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_{0,1}(n)$ aus der Übertragungsfunktion $H_1(z)$. Es gilt $|z| > |a|$. (8 P)
Hinweis: Eine Partialbruchzerlegung ist zur Lösung dieser Aufgabe hilfreich!

(d) Zeichnen Sie die Impulsantwort $h_{0,1}(n)$ im Bereich $n \in [-1, 5]$ mit allen Achsenbeschriftungen. Bitte geben Sie die jeweiligen Funktionswerte auf zwei Nachkommastellen gerundet an. Ein Rechenweg muss nicht angegeben werden. (5 P)

(e) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort sowohl anhand der Übertragungsfunktion $H_1(z)$ als auch anhand der Impulsantwort $h_{0,1}(n)$. (2 P)

(f) Ist das System maximalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

Dies ist eine leere Seite.