

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2023

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 19.09.2023

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.

Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: _____

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/33	/34

Summe der Punkte: _____ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

- ☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den _____ Unterschrift: _____

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2023

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort: CAP3 - Hörsaal 2 und 3
Datum: 19.09.2023
Beginn: 09:00 h
Einlesezeit: 10 Minuten
Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien oder Hilfsmittel beiseitezulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $v(t)$, mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$:

$$v(t) = -\left(\cos(3\omega_0 t) - \frac{1}{2}\sin(3\omega_0 t)\right) + \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{\omega_0}\cos(2\omega_0 t)\right] + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{2}{\pi}\cos(4\omega_0 T)dt.$$

- (a) Bringen Sie das Signal $v(t)$ in eine Form, die für den Koeffizientenvergleich mit der trigonometrischen Fourier-Reihe geeignet ist. (6 P)
- (b) Markieren Sie in Ihrem zuvor bestimmten Ausdruck für das Signal $v(t)$ den Gleichanteil sowie die geraden und ungeraden Wechselanteile. (2 P)
- (c) Bestimmen Sie die trigonometrischen Fourier-Reihenoeffizienten des Signals $v(t)$. (3 P)
- (d) Bestimmen Sie aus den trigonometrischen Fourier-Reihenoeffizienten die zugehörigen komplexen Fourier-Reihenoeffizienten c_μ des Signals $v(t)$ für $\mu \in \mathbb{Z}$. (3 P)

Im Folgenden soll $V(j\omega)$ nun das Spektrum des Signals $v(t)$ darstellen.

- (e) Welche Aussagen können Sie über die Symmetrieeigenschaften der reellen und/oder komplexen Anteile des Spektrums $V(j\omega)$ treffen? Begründen Sie anhand der vorkommenden Signalanteile des Zeitsignals $v(t)$ und treffen Sie eine Aussage über die Gesamtsymmetrie des Spektrums $V(j\omega)$. (3 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.

Gegeben sei das Spektrum $X(j\omega)$, mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ und $T > 0$:

$$X(j\omega) = \pi\left[3\delta_0(\omega) + j2\left[\delta_0(\omega + \omega_0) - \delta_0(\omega - \omega_0)\right] + 4\delta_0(\omega - 2\omega_0)\right].$$

- (f) Skizzieren Sie das Spektrum $X(j\omega)$ im Bereich $\omega \in [-3\omega_0, 3\omega_0]$ mit allen Achsenbeschriftungen. Stellen Sie hierfür die reellen und imaginären Frequenzkomponenten in voneinander unabhängigen Diagrammen dar. (6 P)
- (g) Bestimmen Sie die inverse Fourier-Transformierte $x(t)$ des Spektrums $X(j\omega)$. (5 P)

Hinweis: Die explizite Berechnung der inversen Fourier-Transformation ist nicht notwendig!

- (h) Erklären Sie, bei welcher Art von Signaldarstellung das Gibbs'sche Phänomen auftreten kann und was die Bedingungen dafür sind. Begründen Sie anschließend, ob bei der entsprechenden Darstellung von $x(t)$ das Gibbs'sche Phänomen auftritt. (5 P)

Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.

Die DFT eines diskreten Signals $v(n)$ lässt sich wie folgt aufschreiben:

$$V_M(\mu) = V_{M \text{ re,ge}}(\mu) + V_{M \text{ re,un}}(\mu) + jV_{M \text{ im,ge}}(\mu) + jV_{M \text{ im,un}}(\mu).$$

Die Indizierung in der oberen Gleichung ist wie folgt: „re“ steht für reell, „im“ für imaginär, „ge“ für gerade und „un“ für ungerade.

- (a) Angenommen das Signal $v(n)$ wäre reell, wie würde sich die obere Gleichung vereinfachen? Führen Sie die Vereinfachung durch. (2 P)
- (b) Für die DFT aus Aufgabenteil (a) wird die Frequenzumkehrung $V_M(-\mu)$ durchgeführt. Schreiben Sie die Gleichung für $V_M(-\mu)$ so um, dass ein Ausdruck mit Abhängigkeit von $V_M(\mu)$ entsteht. (4 P)
- (c) Welche Erkenntnis aus dem Ergebnis des Aufgabenteils (b) lässt sich somit für die DFT von reellen Signalen ableiten? Schreiben Sie Ihre Antwort in einem bis zwei Sätzen auf. (2 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.

Gegeben seien die Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ mit:

$$u_1(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}f_s t\right), \quad u_2(t) = \sin\left(\frac{3\pi}{2}f_s t\right).$$

- (d) Geben Sie die Folgen $v_1(n) = u_1(n \cdot \frac{1}{f_s})$ und $v_2(n) = u_2(n \cdot \frac{1}{f_s})$ an, welche durch Abtastung der Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ zu den Zeitpunkten $t = n \cdot \frac{1}{f_s}$ mit $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ entstehen. (3 P)
- (e) Geben Sie die Fourier-Transformierten $V_{1,4}(\mu) = \text{DFT}\{v_1(n)\}$ und $V_{2,4}(\mu) = \text{DFT}\{v_2(n)\}$ für $M = 4$ und $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ an. (5 P)
- (f) Bei welchen kontinuierlichen Frequenzen f enthalten die Signale $u_1(t)$ und $u_2(t)$ Anteile? (2 P)
- (g) Bei welchen diskreten Stützstellen μ enthalten die Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ Anteile? Welchen kontinuierlichen Frequenzen f entsprechen diese. (3 P)
- (h) Vergleichen Sie ihre Ergebnisse aus den Teilaufgaben (f) und (g). Erklären Sie Ihre Beobachtungen. (2 P)

Teil 3 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.

Gegeben seien diskrete Folgen $v_a(n)$ und $v_b(n)$ der Länge $M = M_a = M_b = 3$:

$$v_a(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 1, & n = 1, \\ -2j, & n = 2, \end{cases} \quad v_b(n) = \begin{cases} 4, & n = 0, \\ 5, & n = 1, \\ 2j, & n = 2. \end{cases}$$

- (i) Welche Länge hat jeweils das Ergebnis der zyklischen und der linearen Faltung der beiden oberen Folgen? (2 P)
- (j) Führen Sie die zyklische Faltung der beiden Folgen durch. (4 P)
- (k) Gegeben sei das Ergebnis einer zyklischen Faltung einer reellen geraden Folge $v_{\text{re,ge}}(n)$ mit einer imaginären geraden Folge $j \cdot v_{\text{im,ge}}(n)$. Welche geraden, ungeraden, imaginären und reellen Anteile besitzt die Fourier-Transformierte dieser Faltung? (4 P)

Aufgabe 3 (34 Punkte)

Teil 1 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$H_1(z) = \frac{3z^2 - \frac{3}{2}z - 9}{z^3 - z^2 - \frac{3}{2}z - 1}$$

eines diskreten Systems.

- (a) Berechnen Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems $H_1(z)$. (7 P)
Hinweis: Eine Polstelle liegt bei $z_{\infty,1} = 2$.
- (b) Zeichnen Sie das zugehörige Pol-/Nullstellendiagramm. Achten Sie dabei auf eine vollständige Beschriftung. (4 P)
- (c) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 P)
- (d) Ist das System minimal- oder maximalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 P)

Teil 2 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.

Gegeben sei die Impulsantwort

$$h_{0,2}(n) = -4\gamma_0(n) + \frac{3}{2}\gamma_{-1}(n) + 4\left(\frac{1}{2}\right)^n \gamma_{-1}(n)$$

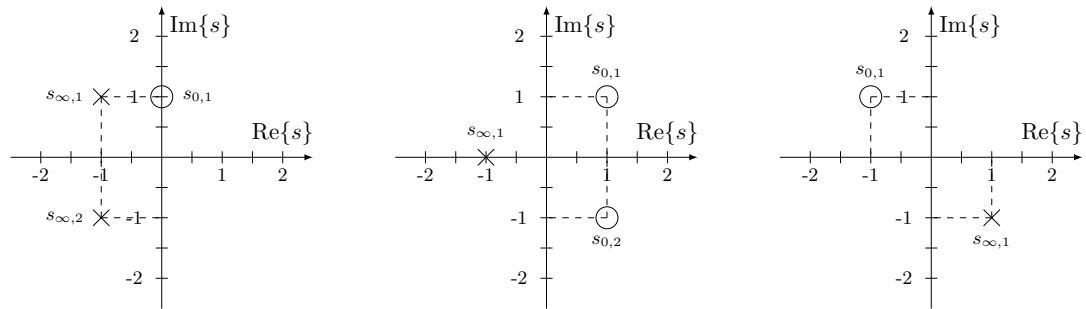
eines diskreten Systems.

- (e) Zeichnen Sie die Impulsantwort $h_{0,2}(n)$ im Bereich $n \in [-2, 4]$ mit allen Achsenbeschriftungen. Der Rechenweg zur Bestimmung der Werte muss nicht angegeben werden. (4 P)
- (f) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H_2(z) = \mathcal{Z}\{h_{0,2}(n)\}$. (3 P)

Teil 3 Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.

Gegeben seien die drei Pol-/Nullstellendiagramme der kontinuierlichen Systeme $H_3(s)$, $H_4(s)$ und $H_5(s)$ in Abbildung 1.

- (g) Was muss erfüllt sein, damit ein System reellwertig ist? Geben Sie für jedes System aus Abbildung 1 mit einer kurzen Begründung an, ob dieses reellwertig ist. (4 P)
- (h) Ergänzen Sie das/die nicht reellwertige/n System/e mit einer minimalen Anzahl an Pol- und Nullstellen so, dass diese/s reellwertig wird/werden. Sie können die Pol- und Nullstellen in Abbildung 1 einzeichnen. (3 P)
- (i) Was muss erfüllt sein, damit ein kontinuierliches System stabil ist? Geben Sie für jedes System aus Abbildung 1 mit einer kurzen Begründung an, ob dieses stabil ist. Berücksichtigen Sie dabei die ergänzten Pol- und Nullstellen. (4 P)



(a) PN-Diagramm von $H_3(s)$. (b) PN-Diagramm von $H_4(s)$. (c) PN-Diagramm von $H_5(s)$.

Abbildung 1: Pol-/Nullstellendiagramme kontinuierlicher Systeme.

- (j) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Systems $H_3(s)$ in Polynomdarstellung an. (3 P)
 Berücksichtigen Sie dabei mögliche ergänzte Pol- und Nullstellen. Es gilt $H_3(1) = \frac{4}{5}$.

Dies ist eine leere Seite.